

Test 3 de Statistique 2

Soit $p \in [0, 1/2]$ et X une v.a. à valeurs dans $\{-1, 0, 1\}$ avec $\mathbb{P}(X = 1) = \mathbb{P}(X = -1) = p$. Soit (X_1, \dots, X_n) des v.a.i.i.d. de même loi de probabilité que X .

1. Déterminer $\mathbb{P}(X = 0)$, $\mathbb{E}[X]$ et $\text{var}(X)$.
2. On suppose p inconnu et (X_1, \dots, X_n) observé. Déterminer le modèle statistique et son information de Fisher sur p .
3. Démontrer que l'estimateur du maximum de vraisemblance de p est $\hat{p} = \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n |X_k|$.
4. Déterminer le biais de \hat{p} . Est-ce un estimateur efficace?
5. Déterminer un TLC vérifié par \hat{p} et en déduire un intervalle de confiance asymptotique sur p de niveau 95%.